

Mintázatelemzés ismerkedéstörténeti háttérrel

„Az »elsőik« kalandja minden tudományban lenyűgöző: mikor a semmiből valami »érthetetlen«, káprázatos új koncepció születik – többnyire dadogva, fogalmakkal küszködve, s mégis olyan gondolat kerül papírra, amit olykor évszázadokig próbál emésztani az emberiség. S mégis: nem az övék a dicsőség, hanem a folytatóké, azoké, akik érthetővé teszik, rendszerbe foglalják azt, ami a nyomolvasók kusza és kódös zsenialitásában vizsgálmas kérdőjel volt. Az »elsőik« művei így híresek maradnak, de gondolataik mérész forradalma elhalványul, mert a folytatók már mindent jobban tudhatnak. S ezzel el is tűnik az a villámeffektus is, amitől az emberiségre másképp kezdett visszanézni a világ. És még nem is számoltam a filológiával, mely kimutatja, hogy a nagy felfedezéseknek már korábban is voltak előzményei... S az értelem rebéllisei máris belesimulnak a közepszerűség kontinuitásába.

Talán azért van ez így, mert az emberiség még utólag sem bocsátja meg azt a sokkhatást, ami egykor kizökkentette megszokott gondolatritmusából, s ami máig arra kényszeríti, hogy más szemüveget használjon, hogy birokra keljen az ismeretlennel, léte új törvényeinek megértésével. Ami persze – fonákján – ismét őket, az elsőket dicséri, hiszen ez a sokk annak a jele, hogy amit felfedeztek, jóllehet emészthetetlen – mégsem lehet tőle szabadulni. Könnyebb tehát szoborra merevíteni alakjukat. Bolyai geometriáját nemzeti büszkeséggel valljuk forradalmasító felfedezésnek, de hogy a párhuzamos egyenesek metszhetik egymást – ennek minden tapasztalatunk ellentmondani látszik, így e gondolati vívmányt legszívesebben a tudomány posztamensén tudnánk elképzelni: szerencsésen üzemzavarként egy homogén fejlődésben.

(Almás Miklós)

Lakatos Imre szerint a tudományt olyan módon kellene tanítani, hogy a tanulás folyamata járja végig a felfedezés útvonalát. Igen logikus javaslat ez, ami a gyakorlatban távolról sincs így. Különösen igaz ez olyan deduktív hagyományokat követő tudományok esetén, mint a matematika, ami Lakatos Imre eredeti kutatási területe volt. De más tudományterületek esetén is igaz, hogy egyfajta szintézis létrejötte után kialakul a tudományterület belső logikája szerinti tárgyalás, ami szép is, jó is és hasznos is. Lakatos Imre azonban azt állítja, hogy ez gyakran nem segíti a tanulás folyamatát. Abban a periódusban a tudománytörténeti út hatékonyabb. Egyfajta tanulási „biogenetikai alaptörvény” ez; a tudományos felfedezés tanulás közbeni rekapitulációja. Ebben a visszaemlékezésben szeretném a történeti utat járva elmesélni, hogyan ismerkedtem meg

Teremtő sokféleség

Emlékezések Juhász-Nagy Pálra

Szerkesztette:

Óborny Beáta

Márciától 2001

MTA Ökológiai és Botanikai Kutatóintézete

Juhász-Nagy Pál munkásságával. Remélem, hogy ez a visszaemlékezés csak történetiségben egyedi, ugyanakkor szakmai tartalmában legkevésbé sem az.

Az első találkozás

Egyszerre kerültem a debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetemre, Précsényi István professzorral. Ő a Növényteni Tanszék professzoraként, én egyetemi hallgatóként. Már a második héten elindította a niche-speciálkollégiumot, amire elsőségteljesen én is jártam. Az első alkalommal úgy ültünk be a terembe, hogy minden bizonnyal ez lesz az a tudományterület, amivel nem fogunk az életben foglalkozni, de azért meghallgatjuk, mert biztos érdekes. Valóban érdekes volt, a megérzés pedig eléggé téves, ha ahhoz viszonyítjuk, hogy ebben a témában készítettem kandidátusi disszertációt.

Sajátos speciálkollégiumok voltak ezek, hiszen Précsényi professzor csak néhány alkalommal adott elő, majd úgy döntött, hogy sokkal hasznosabb, ha – a résztvevők érdeklődése és az ő szakmai rálátása alapján kiválasztott – eredeti tudományos közleményeket dolgozunk fel olyan módon, hogy azt a hallgatók ismertetik. Egy-egy ilyen ismertetés elkészítése, azaz a cikk feldolgozása rendszerint több heti munkát igényelt, és számos konzultációt a speciálkollégium vezetőjével. Így igazi alkotó légkör jellemezte ezeket az összejöveteleket. Színtén hozzátartozott a speciálkollégiumok légköréhez, hogy Précsényi professzor rendszeresen hívott vendégeket, vagy ha a szakma jeles képviselői közül valaki (egyéb okból) Debrecenben járt, akkor meginvitálta egy kötetlen beszélgetésre. Így az első időben a vendégek között volt Juhász-Nagy Pál, Daróczy Zoltán, Vida Gábor, Podani János, Beke Dezső, Arató Mátyás, Nosek János, akik közül Juhász-Nagy Pál és Daróczy Zoltán nyitotta a sort. Emlékezetes alkalom volt ez, és a személyiségük hatása alól nem lehetett szabadulni. Számomra még azért is felejthetetlen ez az alkalom, mert amikor – előre nem tervezett, spontán módon – vendégül láttuk őket, akkor éppen én voltam a speciálkollégium előadója a Lotka-Volterra-egyenletek témaköréből.

A személyes találkozás hatására és Précsényi professzor javaslatára ez év tavaszán úgy döntöttem, hogy elolvasom Juhász-Nagy Pál cikkeit, főképpen a magyar nyelven hozzáférhetőket (könyvei ekkor még nem jelentek meg). A cikkek nagyon tetszettek, „sok szép képlet” volt bennük, ugyanakkor azt gondoltam rólok, hogy ezek a cikkek arról a diverzitásról szólnak, amivel korábban már találkoztam és jól ismerek, legfeljebb ezek a cikkek a szokásosnál igényesebben vannak megírva (Juhász-Nagy 1972, 1973). Ez egy alapjaiban téves vélekedés volt – a baj az, hogy az olvasók 98%-a ugyanezt hiszi. (Lehet, hogy 2%-ot ismét tévedtem.) Még nagyobb baj, hogy legalább 90%-uk ebben a tévhitben is marad. Ennek számos oka van. Egyrészt a viszonylag nagy formális apparátus elriasztólag hat. Ezen aligha lehet segí-

teni, hiszen ez a dolog lényegéhez tartozik. A másik ok az, hogy az új születése egyúttal új fogalmakat is igényel. Ezek nélkül nehéz megragadni az újat. Kezdetben ez a régi fogalmak révén zajlik, és fokozatosan, az új tudományterület feltáráásával egy időben alakulnak, fejlődnek az új fogalmak is. Ezekben a korai cikkekben az alkotás kész, de az új fogalmi apparátus még nincs meg. A régi fogalmak nem segítik az új megragadását, sőt gyakran tévútra viszik az olvasót. Juhász-Nagy Pál pontosan tudatában volt annak, hogy új fogalmakat kell alkotni ennek az új világnak az elsajátításához. Másrészt az igazi zsenik ösztönössége és ezzel együtt ellentmondásossága is munkált benne, amit jól mutat legendás mondása: „Kisapám, felőlem nevezheted akár hűsvéthőfőnek is, csak mondd meg pontosan, hogy mit értesz rajta.” Jól tükrözi ez a mondaság, hogy miközben ajtót nyitunk egy új világra, a fogalmak átértékelődnek, legyenek azok akár olyan tradicionálisak, mint a hűsvéthőfő. Másrészt nyilvánvaló, hogy a karácsony nem nevezhetem holnapról hűsvéthőfőnek pusztán azért, mert úgy definiáltam. Az új világok meghódítása közben a tradíció is átértékelődik, hétköznapiabban – Kuhn terminológiája szerint – paradigmaváltás történik.

Számomra az első személyes találkozás maradandó élményt jelentett. Az első „szakmai találkozás” pusztán futó kaland volt. Igaz, tévedésem felismerése egyúttal egy életre szóló programot is jelentett, hogy feltárjam okait, miért történhetett meg, és mit kellene tenni azért, hogy ezek a módszerek kevesebb félreértés árán legyenek elsajátíthatóak. Az egyik ok minden bizonnyal az volt, hogy az új, általam később indirekt térsorozati elemzéseknek nevezett terület – fogalmait tekintve – nem határolódott el eléggé a klaszikus, direkt szemléletű vegetációelemzési módszerektől. Márpedig a fogalmaknak az a szerepük, hogy kanalizálják, mederben tartják és terelik gondolkodásunkat. Ha rossz irányba terelik vagy egyszerűen csak nem segítik az előrehaladást, akkor megnehezítik az újonnan belépők, de gyakran még a rutinos kutatók dolgát is. Az indirekt térsorozati elemzések formális apparátusa világosan volt felépítve. Ennek kellő elsajátítása azonban sok rutint kíván a formális technikák használatában, tökéletes megértése és átlatása pedig kivételes intuíciót, elhivatottságot, sok időt és energiát igényel. Főképpen úgy, hogy a fogalmi apparátus ezt nem támogatja kellőképpen.

A második találkozás

Juhász-Nagy Pál szakmai munkásságával tíz évvel később találkoztam másodszor. Ez idő alatt személyes, jó kapcsolatban voltunk, és sokat találkoztunk különféle szakmai rendezvények alkalmával, kandidátusi védésem bizottságának is tagja volt. A másodszori (szakmai) találkozásnak legalább olyan fontos számomra a története, mint az első, de legalább annyira sorsfordító is. A kan-

Mindzek ellenére sem jelentette ez a második találkozás azt, hogy profilt váltottam és elkezdtem volna a Juhász-Nagy Pál-féle indirekt térsorozati elemzésekkel foglalkozni. Hazatérve skálafügghettségrel kapcsolatos kérdéseket vizsgáltam direkt szemléletű elemzések esetén. Ezt is az amerikai vizsgálatok során kezdtem el. A Juhász-Nagy-féle módszerekkel azért volt még mindig nehéz foglalkozni, mert a számítástechnikai feltételeink nem voltak megfelelőek: igaz, léteztek már elég gyors számítógépek, de néhány év még szükséges volt, hogy számunkra is elérhetőek legyenek. Az amerikai vizsgálatok során ez rendelkezésemre állt. Mindezekkel együtt, ebből az időből származó terepadataim és modellezési elképzeléseim kapcsán, ha nem is intenzíven, de elkezdtem foglalkozni ezekkel a módszerekkel.

A harmadik találkozás

A harmadik és egyben meghatározó lépést Czárán Tamás kandidátusi védése (amelyen opponens voltam) és Bartha Sándor házi védése jelentette (amelyen szintén opponensként vettem részt). Mindketten kiváló disszertációt készítettek. A disszertációk nagyszerűségét számomra – az érdemi, releváns és új tudományos eredményeken túlmenően – az jelentette, hogy sokkal több nyitott kérdés maradt a disszertációt elolvasva, mint előtte. Ezért úgy éreztem, hogy számos kérdést, amelyről velük azonosan vélekedtem, és legalább ugyanannyi kérdést, ahol kételyeim voltak, vagy másképpen ítéltam meg a helyzetet, nekem is meg kell vizsgálnom. Emellett az is lényeges volt, hogy a direkt szemléletű vegetációelemzési módszereket kutatva szintén eljutottam egy olyan pontig, amikor szükségesszerű volt az indirekt szemléletű kérdések feltevése és megválaszolása a mintázati és skálázási kérdésekben. Azaz saját kutatásaim során is eljutottam egy olyan pontig, ahonnan továbblépni már csak a Juhász-Nagy Pál által kidolgozott módszerekhez hasonló eszköztár alkalmazásával lehetett. Mindez szerencsésen egybeesett a Rothamsted Experimental Station statisztikai intézetében eltöltött egy évvel, amikor lehetőségem volt ilyen jellegű kutatásokra. Ekkor kezdtem el nagy intenzitással foglalkozni direkt és indirekt térsorozati elemzésekkel. Maga az elnevezés is ebből az időből származik. Ez alatt az egy év alatt ideális körülmények között dolgozhattam. Szomorú tény, hogy Juhász-Nagy Pállal sohasem beszélhettem meg ezeket az eredményeket és azokat a szakmai kérdéseket, amelyekkel akkor, munkám közben szembesültem. Már hazakészültem Angliából, amikor a tragikus hírt tanítványom, Erdei Zsolt közölte velem e-mailen: „Pali elhunyt”; következő nap többen, köztük Bartha Sándor és Podani János is tudatta a szomorú hírt. Sanyit szintén külföldön, Amerikában érte a gyász hír.

Ekkori tapasztalataim győztek meg arról, hogy egy tudományos személységnek a leghitelesebb és legszigorúbb mérceje, hogy milyen tanítványokat

didátusi fokozat megszerzése után úgy alakult az életem, hogy egy vegetációs periódust az Amerikai Egyesült Államokban tölthettem vendégkutatóként. Egy szekunder szukcessziós projekt kutatásaiba kapcsolódtam be. Mivel egy arborétumban dolgoztam, és autóm nem volt, így kellően sok időm maradt a szakmára. Éppen ezért döntöttem úgy, hogy – számos egyéb mellett – megpróbálom megnézni a terepi alkalmazás szempontjából a Juhász-Nagy Pál által kidolgozott módszereket. Ezt – tudatosan vagy tudat alatt – minden bizonnyal motiválta az is, hogy Juhász-Nagy Pál és Podani János cikke a *Vegetációban* ilyen témájú volt (Juhász-Nagy – Podani 1983), és Pali az előadásai során sokat hivatkozott fiatalkori, még Debrecen környékén végzett (de – jó magyar szokás szerint – sajnos sosem publikált) szekunder szukcessziós vizsgálataira. Nos, nem volt haszontalan a terepi próbálkozás. Át kellett gondolni, és meg kellett tervezni a vizsgálatokat. Rögtön ki is derült, hogy az ezekről a módszerekről korábban kialakított képem nem helyes, ezek nem a diverzitás elemzésének szokványos módszerei, „kis módosítással”. Egyáltalán nem! Csak keveset értett meg a lényegükből, aki így állítja be ezeket az eljárásokat. A másik tanulság ezen a nyáron az volt számomra, hogy e módszereket nem lehet terepen úgy kivitelezni, ahogyan „ideális esetben” bemutatjuk őket. Nem véletlen, hogy az összes publikált eredmény térháló vagy térkép alapján, utólagos számítógépes mintavétellel készült.

Hazajövetelem után Juhász-Nagy Pál korai publikációit tanulmányozva világossá vált, hogy számos felületes interpretáció és közhiedelem nehezíti munkásságának megértését. A korai cikkekből nyilvánvaló, hogy az 1950-es évek végétől kezdve foglalkoztatta az asszociáltság problémája (Juhász-Nagy 1963), jóllehet az erre vonatkozó tanulmányai csak az 1960-as és az 1970-es években kezdtek megjelenni. A „klasszikus” asszociáltságanalízis esetében mindössze két fajt vizsgálnak. Ez a kötöttség zavarta őt; a két- és többfajos asszociáltságok vizsgálatára keresett módszereket (Juhász-Nagy 1967). Ehhez a kontingenciatáblák elemzésére alkalmas módszerek használhatóak, ahol az asszociáltság és a többszörös asszociáltság bizonyos információelméletből származó függvények segítségével vizsgálható. Bizonyos szempontból ezek valóban a diverzitás jellemzésére is használt Shannon-féle entrópiával egyeznek meg, de mégsem arról szólnak. A másik probléma, ami a korai cikkekben jelen van és meghatározó élmény volt számára a korai kutatásai során: a „klasszikus” kétfajos asszociáltság erőteljes léptékfüggése. Ez a megfigyelés és a probléma kikuszóbolásának vagy kvantifikálásának igénye vezetett el ahhoz, hogy későbbi munkáiban mindenhol egy skála, egy lépték függvényében, azaz térsorozati elemzésben vizsgálja a jelenségeket. A terepi adatok feldolgozásából származó tapasztalatokon túlmenően a fajkombinációkon alapuló indirekt szemléletű elemzéseknl természetes módon is megjelenik a térsorozati reprezentáció szükségessége, hiszen nyilvánvaló, hogy kvadrátméret változtatásával a kvadrátok fajösszetétele jelentősen változik.

egy fajtában a várható értéke $m=8$ egyedtel tartalmazó mintában, ha az egyes fajok gyakorisága rendre 130, 45, 17 és 9 egyed.

$$ES_{\text{klasszikus}}(8) = 4 - \left(\left(1 - \frac{130}{201} \right)^8 + \left(1 - \frac{45}{201} \right)^8 + \left(1 - \frac{17}{201} \right)^8 + \left(1 - \frac{9}{201} \right)^8 \right) \approx 2,686$$

Kiszámolhatjuk azonban a várható fajszámot egészen más módon is: ki- megyünk terepre, random módon kvadrátokat helyezünk ki, megszámloljuk hány fajt tartalmaznak, és e kvadrátok alapján számoljuk az átlagos fajszámot. Sok kvadrát esetén célszerű lehet az azonos fajösszetételűeket összeszámolni, és ilyen módon a fajszámnak egy súlyozott átlagát számolni. Ez a fajta számolás lényegében az indirekt (közvetett) szemléletmódú elemzésnek felel meg. Nézzük meg formálisabb eszközök igénybevételével ezt az esetet. Egy $s=4$ fajos közösség esetén a fajkombinációk száma $nSC=2^4=16$. Ezek a fajkombinációk még viszonylag könnyen felírhatók papírral és ceruzával is. Az alábbiak a fajkombinációs vektorok:

$$SC = \{(0000), (1000), (0100), (0010), (0001), (1010), (0110), (0110), (0001), (1001), (0101), (0011), (1011), (0111), (1111)\},$$

ahol SC a fajkombinációs vektorok halmaza (speciális kombinációk). Jelöljük a $v \in SC$ fajösszetételű kvadrátok gyakoriságát $p(v)$ -vel. Ezek fajszáma s_v . Ilyen módon az adott kvadrátméret esetén a fajszám várható értéke egy indirekt szemléletű elemzés során az alábbi:

$$ES_{\text{indirekt}}(m) = \sum_{v=1}^s p(v) \cdot s_v$$

Jól látható, hogy ez a számolásmód viszonylag kis fajszámú közösségek esetén is igen számolásiigényes, mivel az összegzendő tagok száma 2 hatványai szerint nő. Az m paramétert ebben az esetben az adott méretű kvadrátban lévő egyedek várható számaként interpretálhatjuk.

Ahhoz azonban, hogy az indirekt szemléletű modell fajszámát számolni tudjuk, ki kell számolni a v fajkombinációk $p(v)$ gyakoriságát. Ez nem egyszerű dolog. Ha az i fajból ($i=1, \dots, s$) összesen n_i darab van a teljes mintavételi területen és kvadrátmérete a teljes terület p -ad része, akkor arra a kérdésre keressük a választ, hogy mennyi a valószínűsége, hogy az adott faj nem fordul elő a kvadrátban. Nyilvánvaló, hogy ennek az ellenkezője az, hogy a faj legalább egy egyede megtalálható a kvadrátban. Jelöljük a faj egyedeinek számát mint valószínűségi változót ξ_i -vel, ekkor a $P(\xi_i=0)$ és a $P(\xi_i>0)$ valószínűségeket keressük. $P(\xi_i=0)$ annak a valószínűsége, hogy a kvadrátban az i fajhoz tartozó egyedek száma nulla, míg $P(\xi_i>0)$ annak a valószínűsége, hogy legalább egy egyed előfordul a kvadrátban ebből a fajból. Mivel minden egyes egyed éppen

egy fajtában a várható értéke $m=8$ egyedtel tartalmazó mintában, ha az egyes fajok gyakorisága rendre 130, 45, 17 és 9 egyed.

$$ES_{\text{klasszikus}}(m) = s - \sum_{i=1}^s (1 - p_i)^m$$

Vizsgáljunk egy konkrét közösséget a rejteki újulat kapcsán. (A Rejtek Project szekunder szukcessziós kutatási program a Bükk hegységben egy szubmontán bükkös tarvágás utáni felújulási folyamatait vizsgálja.) Hogyan

p valószínűséggel kerül be a kvadrátba és az egyes egyedek kvadrátba kerülése független, így $P(\xi_j = k)$ egy binomiális eloszlással írható le:

$$P(\xi_i = k) = B(n_i, p) = \binom{n_i}{k} p^k (1-p)^{n_i-k}$$

azaz annak a valószínűsége, hogy az i faj nem fog előfordulni egy random módon kihelyezett kvadrátban:

$$P(\xi_i = 0) = \binom{n_i}{0} p^0 (1-p)^{n_i-0} = (1-p_i)^{n_i}$$

Ezt a valószínűségi modellt statisztikailag úgy is interpretálhatjuk, hogy kellően sok kvadrátot kihelyezve éppen $(1-p_i)^{n_i}$ -ad részükben nem fog előfordulni az i faj.

Konkrétan a 8 egyedtel tartalmazó kvadrátok esetén a kvadrát mérete a 201 egyedtel tartalmazó teljes területnek mintegy huszonötöd része, mivel az egyedek arányosan oszlanak el a területen; egészen pontosan $p=8/201$ -ed része. Így a 130 egyedszámú első faj esetén

$$P(\xi_1 = 0) = B\left(130, \frac{8}{201}\right) = \left(1 - \frac{8}{201}\right)^{130} \approx 0,00509$$

azaz 1000 kihelyezett kvadrát esetén mintegy 5 lesz olyan, amelyben nem fordul elő ez a faj. Nyilvánvaló, hogy az $n_i=9$ egyedek faj esetén jóval nagyobb ennek az esélye:

$$P(\xi_4 = 0) = B\left(9, \frac{8}{201}\right) = \left(1 - \frac{8}{201}\right)^9 \approx 0,6938$$

Ezt jelenti, hogy 1000 kvadrát esetén 690-nél több üres lesz.

A fentiek ismeretében már viszonylag könnyen számolhatóak a v fajkombinációs vektorok gyakoriságai. Mivel a teljes térbeli randomitás miatt az egyes fajok előfordulásai függetlenek, így a $v=(1\ 1\ 0\ 0)$ fajkombináció gyakorisága az alábbi lesz:

$$\begin{aligned} P(1\ 1\ 0\ 0) &= P(\xi_1 > 0) \cdot P(\xi_2 > 0) \cdot P(\xi_3 = 0) \cdot P(\xi_4 = 0) \\ &= (1 - P(\xi_1 = 0)) \cdot (1 - P(\xi_2 = 0)) \cdot (1 - P(\xi_3 = 0)) \cdot (1 - P(\xi_4 = 0)) \\ &= (1 - 0,00509) \cdot (1 - 0,1608) \cdot 0,5014 \cdot 0,6938 \approx 0,2904 \end{aligned}$$

Ezt azt jelenti, hogy a kvadrátok közel 30%-a ilyen fajösszetételű. Nyilvánvaló, hogy lesznek extrém ritkán előforduló fajösszetételű kvadrátok is.

A modellkészítésben idáig jutva kiszámolhatjuk a várható fajszámot, hiszen tudjuk, hogy a $v=(1\ 1\ 0\ 0)$ fajkombinációjú kvadrátok relatív gyakorisága $p(v)=P(1\ 1\ 0\ 0) \approx 0,2894$. Ennek a kvadrátnak a fajszáma $s_v=2$, így relatív részese a vizsgált méretű kvadrátok fajszámának kialakításában $p_v \cdot s_v$. Mind a 16 fajkombinációra kiszámolva ezeket a szorzatokat és összegezve őket, megkapjuk a várható fajszámot. Ez a binomiális eloszláson alapuló modell esetében:

$$E S_{\text{indirekt, binomiális}}(m) = \sum_{v=1}^{16} p(v) \cdot s_v = 2,642$$

Joggal kérdezhetjük, hogy nem túlságosan ferasztó módja-e ez a várható fajszám számolásának. A válasz nyilvánvalóan igen. De nem is igazán erre találták ki, csak ez a lehető legegyszerűbb eset, amikor szemléltethető a működése. Egyéb, valós helyzetekben „kicsit” bonyolultabb a technikai apparátus működtetése.

Meg kell említeni, hogy a binomiális eloszlás helyett használhatjuk a Poisson-féle eloszlást, ami bizonyos feltételek teljesülése esetén alkalmazható a binomiális eloszlás közelítéseként. Ekkor

$$P(\xi_i = k) = \frac{(\lambda_i)^k}{k!} e^{-\lambda_i}$$

és

$$P(\xi_i = 0) = e^{-\lambda_i}$$

ahol λ_i a kvadrátba kerülő egyedek átlagos száma, azaz $\lambda_i = n_i \cdot p$. A korábbiakhoz hasonlóan itt is $p=8/201$. Így a leggyakoribb és a legritkább faj esetében az üres kvadrátok aránya az alábbi módon alakul:

$$P(\xi_1 = 0) = e^{-\left(130 \cdot \frac{8}{201}\right)} = 0,00566 \quad \text{és} \quad P(\xi_4 = 0) = e^{-\left(9 \cdot \frac{8}{201}\right)} = 0,6989$$

A Poisson-féle eloszláson alapuló közelítés esetében a várható (átlagos) fajszám:

$$E S_{\text{indirekt, Poisson}}(m) = 2,625$$

Látható, hogy a direkt és az indirekt szemléletű elemzés eredményei teljes térbeli randomitás esetén majdnem megegyeznek, nagyon közel vannak egy-

máshoz az indirekt szemléletű esetre bemutatott modellek eredményei is. Nagy gond is volna, ha ez nem így lenne. Az indirekt szemléletű módszereknek éppen az a jelentősége, hogy terepi körülmények között igen alkalmas eszközként szolgálhatnak arra nézve, hogy ettől a kölcsönhatásmentes, random nullmodelltől mennyiben és milyen módon tér el a közösség szerkezete, mintázata.

Irodalom

- Dévai, István – Horváth, Klára – Juhász-Nagy, Pál 1971. Some problems of model-building in synbiology. Part 1. Spatial diversity process of the binary type in a simple situation. *Annales Universitatis Scientiarum Budapestensis de Rolando Eötvös Nominatae, Sectio Biologica*, 13:19–32.
- Juhász-Nagy, Pál 1963. Investigations on the Bulgarian vegetation. II. Study of interspecific correlations in the „Ravnao complex” (Pirin Mountains). *Acta Biologica Debrecina*, 2:58–62.
- Juhász-Nagy, Pál 1967. On associations among plant populations I. Multiple and partial associations: a new approach. *Acta Biologica Debrecina*, 5:43–56.
- Juhász-Nagy Pál 1972. A növényzet szerkezetvizsgálata: új modellek. 1. rész. Bevezetés. *Botanikai Közlemények*, 59:1–5.
- Juhász-Nagy Pál 1973. A növényzet szerkezetvizsgálata: új modellek. 2. rész. Elemi beszkálázás a florális diverzitás szerint. *Botanikai Közlemények*, 60:35–41.
- Juhász-Nagy, Pál – Dévai, István – Horváth, Klára 1973. Some problems of model-building in synbiology. Part 2. Association process in a simple situation. *Annales Universitatis Scientiarum Budapestensis de Rolando Eötvös Nominatae, Sectio Biologica*, 15:39–51.
- Juhász-Nagy, Pál – Pedani, János 1983. Information theory methods for the study of spatial process and succession. *Vegetatio*, 51:129–140.
- Tóthmérész Béla 1994. *Diverzitási rendezések és térsorozatok*. Akadémiai doktori disszertáció.